

EXERCICE N°1 (8 points)

1. On considère, dans \mathbb{C} l'équation suivante (E) $z^2 - (1 + 5i)z - 8 + i = 0$.
 - a. Vérifier que $(3 + i)^2 = 8 + 6i$.
 - b. Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E) .
2. On considère, dans \mathbb{C} l'équation suivante
(E') $z^3 - (1 + 6i)z^2 + (-13 + 2i)z + 1 + 8i = 0$.
 - a. Déterminer les nombres complexes a ; b et c tels que
 $z^3 - (1 + 6i)z^2 + (-13 + 2i)z + 1 + 8i = (z - i)(az^2 + bz + c)$.
 - b. Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation (E') .
3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. On considère les points d'affixes respectives $z_M = i ; z_N = 2 + 3i$ et $z_P = -1 + 2i$.
 - a. Placer les points M ; N et P.
 - b. Montrer que MNP est un triangle.

EXERCICE N°2 (8 points)

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
 - a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - b) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} . Déterminer sa fonction dérivée f' .
 - c) Dresser le tableau de variation de f et en déduire que pour tout réel $x : f(x) > 0$
2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = f(x) - x$.
 - a. Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) \leq 1$.
 - b. En déduire le tableau de variation de g .
 - c. En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique α dans \mathbb{R} et que $\alpha \in]\sqrt{3}; 2[$.
 - d. En déduire la position relative de la courbe (ζ_f) de f et la droite $\Delta : y = x$.
 - e. Tracer ζ_f

Nom :
Prénom :

Classe : 4^{ème} tech1.
N°:

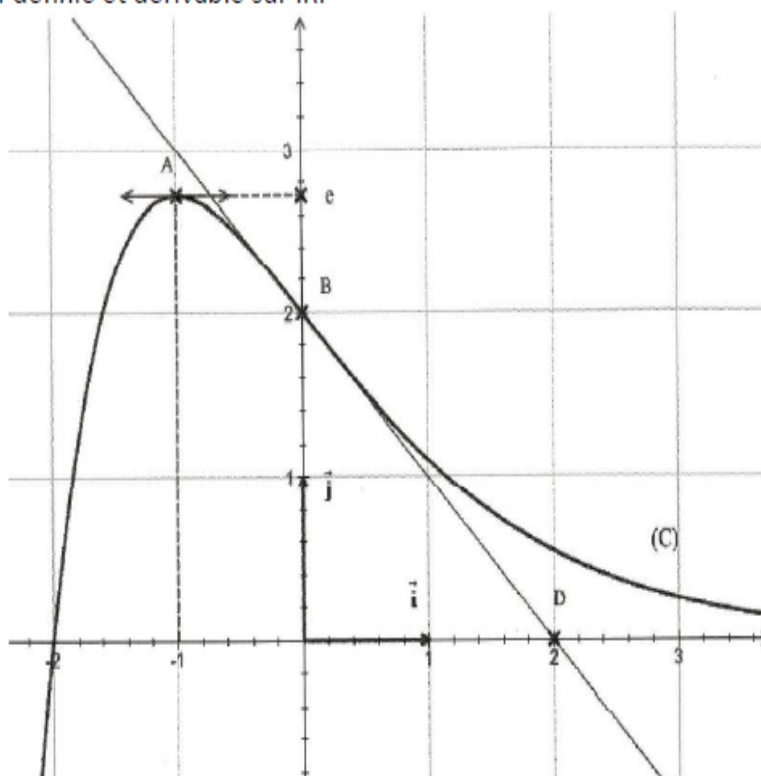
Exercice 3 :

(4points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

- (C) admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses uniquement au point A.
- La tangente à (C) au point B passe par D(2;0)
- (C) admet une branche parabolique de Direction l'axe des ordonnées en $-\infty$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle **vraie** ou **fausse**.

Aucune justification n'est demandée.

affirmations	réponses	affirmations	réponses
$f'(-1) = 0$	-----	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	-----
$f'(0) = 2$	-----	$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2017}{f(x)} = +\infty$	-----
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	-----	L'équation $f(x)=0$ admet deux solutions dans \mathbb{R}	-----
$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$	-----	La fonction g définie par $g(x) = \sqrt{f(x)}$ a pour ensemble de définition $D_f = [-2, +\infty[$	-----